

FINANSIJSKA MATEMATIKA

Prof. dr. Vladimir Kaščelan

Doc. dr Saša Vujošević

Literatura

Osnovna:

- B.Laković- V.Kaščelan

Privredna i finansijska matematika, 1997.

Dopunska:

- J.Kočović- M.Pavlović

Uvod u finansijsku matematiku, 2010.

- V.Kaščelan- M.Novović

Osiguranje i aktuarska matematika, 2009.

Ocjenjivanje

- Kolokvijum 50 poena
- Završni ispit 50 poena

Prolaz: 50 poena i više

Kolokvijum: kraj X nedjelje nastave

Popravni kolokvijum: kraj XII nedjelje

RAČUN DIOBE

Opšti problem koji se rješava **PROSTIM RAČUNOM DIOBE** možemo formulisati na sljedeći način: *Datu veličinu A predstaviti kao zbir veličina $x_1, x_2, \dots, x_n$, tako da te veličine budu proporcionalne ili obrnuto proporcionalne datim veličinama $a_1, a_2, \dots, a_n$ sa istim koeficijentom proporcionalnosti k .*

$$A = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$x_i = k a_i \quad \text{ili} \quad x_i = \frac{k}{a_i}, \quad i = \overline{1, n}$$

PROSTI RAČUN DIOBE

DIREKTNA PROPORCIONALNOST: $x_i = ka_i$ $i = \overline{1, n}$

Slijede **PROSTE** proporcije:

$$x_1 : x_2 = a_1 : a_2$$

$$x_1 : x_3 = a_1 : a_3$$

....

$$x_1 : x_n = a_1 : a_n$$

Odnosno, jedna **PRODUŽENA** proporcija:

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n$$

PROSTI RAČUN DIOBE

U slučaju **OBRNUTE PROPORCIONALNOSTI** važe relacije:

$$\sum_{i=1}^n x_i = A \quad i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = k \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}$$

Slijedi da je koeficijent

$$k = \frac{A}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}$$

SLOŽENI RAČUN DIOBE

$$x_i = k a_i b_i c_i \dots p_i$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots p_i$

$$x_i = \frac{k}{a_i b_i c_i \dots p_i}$$

veličina x_i je obrnuto proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots p_i$

$$x_i = k \frac{a_i b_i \dots p_i}{\alpha_i \beta_i \dots \eta_i}$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots p_i$ i istovremeno obrnuto proporcionalna nekim drugim veličinama $\alpha_i, \beta_i, \dots, \eta_i$

PRIMJER 1:

U elementarnoj nepogodi brod je pretrpio štetu od $A=11.400.000$. Vrijednost broda je $a_1=210.600.000$, vrijednost tereta $a_2=16.300.000$, prevoz je $a_3=1.100.000$. Nastalu štetu snose brodovlasnik, vlasnik tereta i prevoznik proporcionalno navedenim vrijednostima. Koliku štetu snosi svaki od njih pojedinačno?

Neka su x_1, x_2, x_3 djelovi štete koju snose navedena lica redom.

$$x_1 = 210.600.000 \text{ k}$$

$$x_2 = 16.300.000 \text{ k} \quad \text{odnosno} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 228.000.000 \text{ k}$$

$$x_3 = 1.100.000 \text{ k}$$

$$\text{Ukupna šteta je } 11.400.000 : \quad 228.000.000 \text{ k} = 11.400.000$$

$$\text{odnosno: } k = 0,005 \quad x_1 = 0,05 \cdot 210.600.000 = 10.530.000$$

$$x_2 = 815.000$$

$$x_3 = 55.000$$

PRIMJER 2:

Tri naselja napravila su most za 3.720.000 . Prvo naselje udaljeno je od mosta 3 km, drugo 2 km i treće 5 km. Učešće u cijeni mosta je obrnuto proporcionalno udaljenosti naselja od mosta. Koliko je učešće svakog naselja pojedinačno?

Označimo sa x_1 , x_2 i x_3 učešća naselja u cijeni mosta.

$$x_1 = \frac{k}{3} \qquad x_2 = \frac{k}{2} \qquad x_3 = \frac{k}{5}$$

Kako je ukupna cijena: $x_1 + x_2 + x_3 = 3.720.000$

Iz navedenih uslova slijedi da je: $k = 3.600.00$
odnosno:

$$x_1 = 1.200.000, \quad x_2 = 1.800.000, \quad x_3 = 720.000$$

RAČUN SMJEŠE

Primjenjuje se u slučaju kada treba odrediti količinu ili odnose roba iste vrste ali različitog kvaliteta da bi se njihovim miješanjem dobila roba iste vrste ali određenog kvaliteta.

$$k = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

ponderisana aritmetička
sredina brojeva $k_1, k_2, \dots, k_n$

k_i - brojno izražen odgovarajući kvalitet robe od koje se pravi smješa

x_i - potrebna količina i-te robe

PRIMJER 3:

Ako je procenat soli u morskoj vodi 3 % koliko litara čiste vode treba dodati na 40 l morske vode da bi koncentracija soli pala na 2 %?

Uvedimo sledeće oznake:

$$k_1 = 3\% = 0,03$$

$$x_1 = 40$$

$$k_2 = 0\% = 0$$

$$x_2 = ?$$

$$k = 2\% = 0,02$$

Kako je relacija za račun smješe $k_1x_1 + k_2x_2 = k(x_1 + x_2)$

slijedi $0,03 \cdot 40 + 0 \cdot x_2 = 0,02 \cdot (40 + x_2)$

čijim rješavanjem se dobija da je

$$x_2 = 20$$

PROCENTNI RAČUN

Razlomak $\frac{P}{100}$ zovemo **procentom** i označavamo sa $p\%$

$$\frac{p}{100} \equiv p\%$$

Broj K od koga se izračunava procenat zove se **osnova** ili **glavnica**, broj p **procentna stopa**, a proizvod procenta $p\%$ i glavnice K - **interes** ili **procentni iznos** i .

$$i = p\%K = \frac{pK}{100}$$

odnosno zapisano u obliku proporcije:

$$K : i = 100 : p$$

Razlomak čiji je imenilac 1.000 zove se **promil** i za njegovu oznaku korist ćemo simbol ‰

$$\frac{p}{1000} \equiv p\text{‰}$$

PRIMJER 4:

Razliku prodajne cijene od 3.036 i nabavne cijene od 2.640 neke robe izraziti procentom od nabavne cijene?

I način: Primjenom formule $p=100i/K$.

II način: Postavljanjem jednačine:

$$2640 + p\%2640 = 3.036$$

$$\Rightarrow p = 15$$

VERIŽNI RAČUN I ARBITRAŽA ROBE

- ✓ Verižni račun se koristi za određivanje odnosa dvije veličine, ako je on dat indirektno preko niza direktno proporcionalnih veličina.
- ✓ Njegovu ispravnost možemo provjeriti preko niza pravila, tj. prostih proporcija.
- ✓ Početak i kraj "lanca" moraju biti istorodne veličine.
- ✓ Ima primjenu u arbitraži robe, tj. kod donošenja odluke koju ponudu za kupovinu određene robe treba prihvatiti.

PRIMJER 5:

Koliko treba platiti na ime poreza na dodatu vrijednost na 5.000 l nafte, ako se po 1 kg plaća 0,7€ i ako je 25 l nafte teško 19,325 kg.

$x\text{€} \mid 5.000\text{l}$

$25\text{l} \mid 19,325\text{kg}$

$1\text{kg} \mid 0,7\text{€}$

$$x = 5.000 \cdot 19,325 \cdot 0,7 \frac{1}{25 \cdot 1} = 2.705,5\text{€}$$